

- (91) Gort, op. cit., pág. 82, e A.G. Hart, "Anticipations, business planning, and the cycle", *Quarterly Journal of Economics*, 1937, pág. 286.
- (92) Os efeitos de um longo período de gestação sobre as expectativas é desenvolvido com detalhes em Aftalion, op. cit., ainda, Tinbergen, "Ein Schiffbauzyklus?" *Weltwirtschaftliches Archiv*, 1931; T.C. Koopmans, *Tanker Freight Rates and Tankship Building* (Haarlem, 1939), pág. 165 e seguintes; e J.A. Schumpeter, *Business Cycles* (New York, 1939), vol. II, págs. 533-535.
- (93) Conforme pág. 78.
- (94) Conforme II (1).
- (95) Foi o reconhecimento deste obstáculo que levou J.M. Clark a sugerir que há sempre algum "excedente de capacidade". Conforme *Readings*, op. cit., págs. 256-257.
- (96) Para uma discussão de (a) e (b) ver Tsiang, op. cit. págs. 331-335.
- (97) Ver o estudo de casos em J.K. Butters e J. Lintner, *Effect of Federal Taxes on Growing Enterprises* (Boston, 1945); e Heller, op. cit., págs. 101-102.
- (98) "Porém, como as repetidas alusões à confiança nos fundos internos têm indicado, as finanças são uma barreira maior ao capital de investimento do que um "empurrão" na direção de novos projetos". Heller, op. cit., pág. 101. Ver também a resposta à questão quanto ao "efeito da abundância ou escassez de recursos líquidos sobre o investimento numa planta fixa", em J.E. Meade e P.W.S. Andrews, "Summary of replies to questions on the effects of interest rates", *Oxford Economic Papers*, 1938, págs. 25-28.
- (99) Conforme a discussão acima acerca da reposição.
- (100) Será observado que novamente encontramos dificuldades de distinguir entre investimento induzido e autônomo. Presumivelmente ambos são financiados pela mesma fonte e assim seus movimentos não podem ser plenamente independentes.
- (101) M. Kalecki, "A new approach to the problem of business cycles", *Review of Economic Studies*, 1949-50, pág. 61.
- (102) O caso do princípio dos lucros seria reforçado, se os custos variassem ciclicamente como tem sido sugerido por W.C. Mitchell, *Business Cycles and their Causes* (Berkeley, 1951). A argumentação para esta teoria não é considerada aqui, pois não está dentro de nossos termos de referência.

## CAPÍTULO VI

### INTERAÇÕES ENTRE A ANÁLISE DO MULTIPLICADOR E O PRINCÍPIO DA ACELERAÇÃO

PAUL A. SAMUELSON

*Este artigo foi extraído de The Review of Economic Statistics, vol. 21 (Maio de 1939), págs. 75-78. Prof. Samuelson leciona no Massachusetts Institute of Technology (MIT)*

Poucos economistas negariam que a análise do "multiplicador" dos efeitos dos gastos governamentais financiados por deficit tem lançado alguma luz sobre este importante problema. Contudo, poderia parecer existir algum motivo para o medo de que este mecanismo, extremamente simplificado, estaria em perigo de se tornar um dogma, pondo obstáculo ao progresso e obscurecendo importantes reações e processos subsidiários. É altamente desejável, entretanto, que a seqüência do modelo, que opera sob suposições mais gerais, seja investigada, possivelmente incluindo a análise convencional como um caso especial. (1)

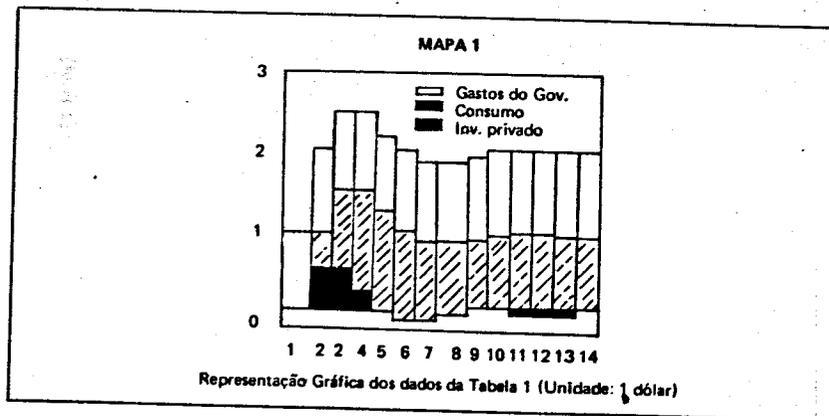
Em particular, o "multiplicador", usando-se este termo no seu sentido usual, não pretende dar a relação entre a renda nacional total, induzida por gastos governamentais e a quantidade original de moeda gasta. Isto é claramente visto por um simples exemplo. Em qualquer economia (não necessariamente a nossa), onde um dólar de gastos governamentais financiado por deficit resultaria em 100 dólares a menos no investimento privado, a razão entre a renda nacional total induzida e o gasto inicial é preponderantemente negativa, ainda assim o "multiplicador", no sentido estrito, deve ser positivo. A resposta para este quebra-cabeça é simples. O que o multiplicador oferece é a razão entre o incremento total de renda nacional e a quantidade total de investimento governamental e privado. Em outras palavras, ele não diz quanto deve ser multiplicado. Os efeitos sobre o investimento privado são freqüentemente considerados como influências terciárias e recebem pouca atenção sistemática.

Para remediar a situação de alguma maneira, o Professor Hansen desenvolveu um novo modelo seqüencial que engenhosamente combina a análise do multiplicador com o princípio ou relação de aceleração. Isto é feito supondo-se que a renda nacional consiste de três componentes: (1) gastos governamentais financiados por deficit, (2) gastos de consumo

privado, induzido por gastos públicos prévios e (3) investimento privado induzido, que é suposto, de acordo com o familiar princípio da aceleração, ser proporcional ao aumento de consumo através do tempo. A introdução da última componente é a responsável pelas novidades nas conclusões alcançadas e também pelo aumento da complexidade da análise.

Um exemplo numérico pode ser citado para ilustrar as suposições feitas. Suponhamos um gasto governamental (financiado por deficit) de um dólar por unidade de tempo, começando do período inicial e continuando até o final. A propensão marginal a consumir,  $\alpha$ , é suposta ser  $1/2$ . Isto significa que o consumo em qualquer período é igual à metade da renda nacional do período anterior. Nossa última suposição é que o investimento induzido privado seja proporcional ao aumento do consumo entre o período anterior e o corrente. Este fator de proporcionalidade ou "relação",  $\beta$ , é provisoriamente considerado igual à unidade, isto é, um aumento no consumo, de um período para outro, de um dólar resultará no valor de um dólar no investimento privado induzido.

No período inicial, quando o governo gasta um dólar pela primeira vez, não haverá consumo induzido do período anterior e portanto a adição à renda nacional será igual ao dólar gasto. Isto produzirá 50 centavos de gasto de consumo no segundo período, o que representa um acréscimo de 50 centavos sobre o consumo do primeiro período; então, de acordo com a "relação", teremos o valor de 50 centavos de investimento privado induzido. Finalmente, temos que adicionar o novo dólar de gasto governamental. A renda nacional do segundo período deve ser, por conseguinte, um total de dois dólares. Similarmente, no terceiro período, a renda nacional será a soma de um dólar de consumo, 50 centavos de investimento privado induzido e um dólar de gasto corrente do governo. É claro que, dados os valores da propensão marginal a consumir,  $\alpha$ , e a "relação",  $\beta$ , todos os níveis subseqüentes de renda nacional podem ser facilmente computados em seqüência. Isto é feito em detalhe na Tabela 1 e ilustrado no Mapa 1.



**TABELA I**

O DESENVOLVIMENTO DA RENDA NACIONAL COMO RESULTADO DE UM CONSTANTE NÍVEL DE GASTO GOVERNAMENTAL QUANDO A PROPENSÃO MARGINAL É MEIO ( $1/2$ ) E A RELAÇÃO É IGUAL A UM (1)

(unidade: um dólar)

Período	Gasto Corrente do Governo	Consumo Corrente Induzido por Gastos Prévios	Investimento Privado Corrente Proporcional ao Aumento de Consumo no tempo	Renda Nacional Total
1	1,00	0,00	0,00	1,00
2	1,00	0,50	0,50	2,00
3	1,00	1,00	0,50	2,50
4	1,00	1,25	0,25	2,50
5	1,00	1,25	0,00	2,25
6	1,00	1,125	- 0,125*	2,00
7	1,00	1,00	- 0,125	1,875
8	1,00	0,9375	- 0,0625	1,875
9	1,00	0,9375	0,00	1,9375
10	1,00	0,96875	0,03125	2,00
11	1,00	1,00	0,03125	2,03125
12	1,00	1,015625	0,015625	2,03125
13	1,00	1,015625	0,00	2,015625
14	1,00	1,0078125	- 0,0078125	2,00

\* Investimento privado induzido negativo significa que para o sistema, como um todo, existe menos investimento neste período. Desde que esta é uma análise marginal, superimposta implicitamente sobre um estado de coisas, este conceito não causa dificuldades.

Será notado que a introdução do princípio da aceleração motiva nossas séries a atingir um máximo no terceiro ano, uma depressão no sétimo, um outro máximo no décimo primeiro etc. Tais oscilações de comportamento não poderiam ocorrer no modelo convencional de seqüências, como logo se tornará evidente.

Para outros valores de  $\alpha$  e  $\beta$  uma seqüência similar pode ser desenvolvida. Na Tabela 2, rendas nacionais totais são dadas para vários valores selecionados destes coeficientes. Na primeira coluna, por exemplo, a propensão marginal a consumir é suposta ser  $1/2$ , e a "relação" igual a zero. Este é um caso de especial interesse, pois mostra que a seqüência do multiplicador convencional é um caso especial de análise mais geral de

Hansen. Para este caso não são possíveis oscilações. Na segunda coluna as oscilações na renda nacional são não amortecidas e regulares. Na coluna três as coisas se tornam piores; as oscilações são explosivas, tornando-se cada vez maiores, mas sempre flutuando em torno de um "valor médio". Na quarta coluna o comportamento não é mais oscilatório, mas é explosivo para cima, aproximando-se de uma taxa composta de crescimento.

Depois disso o investigador está inclinado a sentir alguma coisa desorganizada. Uma variedade de resultados qualitativamente diferentes surge de uma maneira quase caprichosa de pequenas mudanças nas hipóteses. Pior do que isto, como podemos estar certos de que para diferentes valores selecionados de nossos coeficientes, novos e mais fortes tipos de comportamento não surgirão? Não é ainda possível que, se a Tabela 2 fosse estendida para cobrir mais períodos, novos tipos de comportamento poderiam resultar para estes coeficientes selecionados?

Felizmente, a essas perguntas podem ser dadas respostas negativas. Métodos aritméticos não podem resolver, visto que não podemos tentar todos os valores possíveis dos coeficientes nem computar termos intermináveis de cada seqüência. Apesar disso, uma análise algébrica comparativamente simples pode ser aplicada para produzir todos os possíveis tipos qualitativos de comportamento e nos habilita a unificar nossos resultados.

A renda nacional no tempo  $t$ ,  $Y_t$  pode ser escrita como a soma de três componentes: (1) gastos do governo,  $g_t$ , (2) gastos de consumo,  $C_t$ , e (3) investimento privado induzido,  $I_t$ .

$$Y_t = g_t + C_t + I_t$$

TABELA 2

MODELO SEQÜENCIAL DE RENDA NACIONAL PARA VALORES SELECIONADOS DA PROPENSÃO MARGINAL A CONSUMIR E DA RELAÇÃO

(unidade: um dólar)

Período	$\alpha = 0,5$ $\beta = 0$	$\alpha = 0,5$ $\beta = 2$	$\alpha = 0,6$ $\beta = 2$	$\alpha = 0,8$ $\beta = 4$
1	1,00	1,00	1,00	1,00
2	1,50	2,50	2,80	5,00
3	1,75	3,75	4,84	17,80
4	1,875	4,125	6,352	56,20
5	1,9375	3,4375	6,6256	169,84
6	1,9688*	2,0313	5,3037	500,52
7	1,9844	0,9141	2,5959	1.459,592
8	1,9922	- 0,1172	- 0,6918	4.227,704
9	1,9961	0,2148	- 3,3603	12.241,1216

\* A Tabela está aproximada até quatro casas decimais.

De acordo com as suposições de Hansen,

$$C_t = \alpha Y_{t-1}$$

$$I_t = \beta \{ C_t - C_{t-1} \} = \alpha\beta Y_{t-1} - \alpha\beta Y_{t-2}$$

e

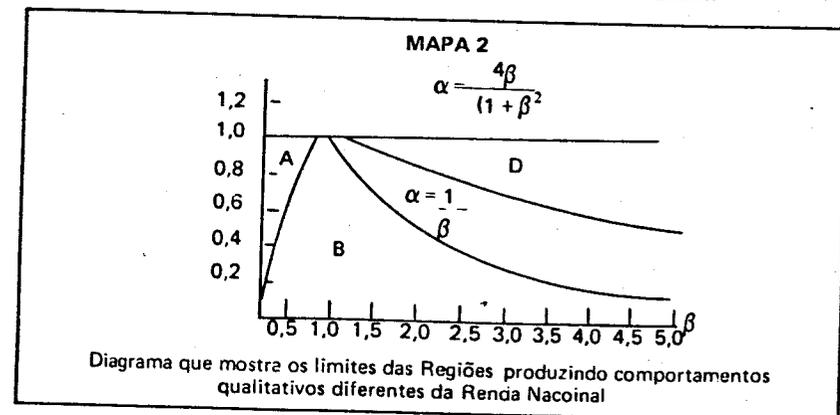
$$g_t = 1$$

Por conseguinte, nossa renda nacional pode ser reescrita,

$$Y_t = 1 + \alpha \{ 1 + \beta \} Y_{t-1} - \alpha\beta Y_{t-2}$$

Em palavras, se conhecemos a renda nacional para dois períodos, a renda nacional para o período seguinte poderá ser simplesmente derivada de uma soma ponderada. Os pesos dependem, naturalmente, dos valores escolhidos para a propensão marginal a consumir e para a "relação".

Esse é um dos tipos mais simples de equações de diferenças, tendo coeficientes constantes e sendo de segunda ordem. Os detalhes matemáticos necessários para sua solução não precisam ser tratados aqui. É suficiente dizer que sua solução depende das raízes (que por sua vez dependem dos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$ ) de uma certa equação (2). Pode ser facilmente mostrado que o conjunto de possibilidades dos valores  $\alpha$  e  $\beta$  pode ser dividido em 4 regiões, cada uma das quais dando tipos de comportamento qualitativamente diferentes. No Mapa 2 estas regiões estão delineadas. Cada ponto deste diagrama representa uma seleção de valores para a propensão marginal a consumir e a "relação". Correspondente a cada ponto, existirá uma seqüência modelar de renda nacional através do tempo. As propriedades qualitativas desta seqüência dependem da posição do ponto, se está na Região A, B, C ou D. (3) As propriedades de cada região podem ser brevemente sumarizadas.



Região A (valores relativamente pequenos da "relação")

Se existe um nível constante de gasto governamental através do tempo, a renda nacional se aproximará assintoticamente para um valor  $\frac{1}{1-\alpha}$  vezes o nível constante do gasto governamental. Um simples impulso de gasto ou alguma quantidade de gasto seguido por uma completa interrupção resultará numa aproximação gradual do nível zero original da renda nacional (será notado que a assíntota aproximada é idênticamente aquela dada pela fórmula de Keynes-Kahn-Clark. Sua análise aplica-se a pontos ao longo do eixo,  $\alpha$ , e é submetida a análise mais geral de Hansen). Gastos governamentais líquidos perfeitamente periódicos resultarão em flutuações perfeitamente periódicas na renda nacional.

#### Região B

O contínuo gasto governamental constante resultará em movimentos oscilatórios amortizados da renda nacional, aproximando-se gradualmente para assíntota  $\frac{1}{1-\alpha}$  vezes o nível constante de gastos governamentais (conforme Tabela 1). Gastos governamentais em um único ou em número finito de períodos resultarão eventualmente em oscilações amortizadas em torno do nível zero de renda. Flutuações periódicas perfeitamente regulares de gastos governamentais resultarão eventualmente em flutuações de renda do mesmo período.

#### Região C

Um nível constante de gastos governamentais resultará em oscilações explosivas, sempre crescente em torno da assíntota calculada acima (conforme coluna 3 da Tabela 2). Um simples impulso de gasto ou um número finito de impulsos de gastos resultará eventualmente em oscilações explosivas em torno do nível zero.

**Região D** (Grandes valores da propensão marginal a consumir e da "relação")

Um nível constante de gastos governamentais resultará em uma renda nacional sempre crescente, eventualmente aproximando-se de uma taxa composta de crescimento (conforme coluna 4 da Tabela 2). Um simples impulso do investimento líquido também enviará o sistema para o infinito numa taxa composta de crescimento. Por outro lado, uma simples unidade infinitesimal de desinvestimento enviará o sistema para baixo a uma taxa crescente. Esta é uma situação altamente instável.

As limitações inerentes a um quadro tão simplificado como o apresentado aqui não poderiam ser desprezadas. (4) Em particular, ela assume que a propensão marginal a consumir e a "relação" são constantes; realmente estas irão variar com o nível de renda, de forma que esta representação é estritamente uma análise marginal a ser aplicada ao estudo de pequenas oscilações. No entanto, ela é mais geral que a análise usual. Contrária à impressão comumente aceita, métodos matemáticos propriamente empregados, longe de tornar a teoria econômica mais abstrata, realmente serve

como um poderoso instrumento, possibilitando a análise de hipóteses cada vez mais realistas e complicadas.

#### NOTAS ADICIONAIS

- (1) O autor, que fez este estudo em conexão com sua pesquisa como membro da "Society of Fellows at Harvard University", deseja expressar agradecimentos ao Professor Alvin H. Hansen, da Universidade de Harvard, por cujas sugestões esta pesquisa foi iniciada.
- (2) Realmente, a solução pode ser escrita na forma

$$Y_t = \frac{1}{1-\alpha} + A_1 \{X_1\}^t + A_2 \{X_2\}^t$$

onde  $X_1$  e  $X_2$  são raízes da equação quadrática

$$X^2 - \alpha \{1 + \beta\} X + \alpha\beta = 0$$

e  $A_1$  e  $A_2$  são constantes que dependem dos  $\alpha$ 's e  $\beta$ 's escolhidos.

- (3) Matematicamente, as regiões estão demarcadas pelas condições que as raízes da equação referida na nota anterior sejam reais ou complexas, maior ou menor que um em valor absoluto.
- (4) Pode ser mencionado de passagem que a estrutura formal de nosso problema é idêntica à sequência de Lundberg e às teorias dinâmicas de Tinbergen. O presente problema é tão simples que proporciona uma introdução vantajosa para a teoria matemática de futuros trabalhos.